東京電機大学 音響信号処理研究室 2008.8.20
V 1.2

1.1 インパルス信号 δ(t)（デルタ関数）

◇ 定性的説明

最初に、図1を用いて、インパルス信号 δ(t) を定性的に説明する。図1に示した方形信号 ①は、信号幅（持続時間）が τ で、高さが 1/τ 、よって、面積は1である。
この信号の面積を保ったまま信号幅 τ を小さくしたものが②の波形である。この信号の幅をさらに小さくし、τ → 0 に近づけた極限が δ(t) であると考えると、δ(t) は、時刻 0 でのみ値をもつ信号となり、また、その値（波形の高さ） 1/τ は無限大となる。

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & (t = 0) \\ 0 & (t \neq 0) \end{cases} \qquad (1)$$

これがインパルス信号の定性的イメージである。

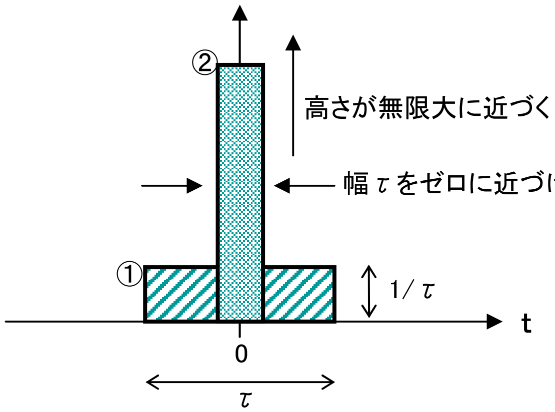


図1. インパルス信号の定性的説明

◇ 数学的定義

インパルス信号（デルタ関数） δ(t) は、ある関数 f(t) に対して、値 f(0) を割り当てる超関数として定義される[1]。式で表すと、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\cdot f(t)\, dt = f(0) \qquad (2)$$

【超関数】: 関数は、ある数値（変数）に対して数値(変数)を割り当てる作用を持つ。一方、超関数（または汎関数）は、ある「関数」に作用して「数値」を与える作用素。

式(2) から、次の重要な性質が導かれる。まず、f(t)＝1 の場合、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1 \qquad (3)$$

となり、δ(t) の面積が1であることが示される。
次にインパルス信号 δ(t)の周波数成分を知るために、f(t)＝exp(−jωt) とおいて、δ(t) のフーリエ変換 Δ(ω)を考えると、

$$\Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\cdot e^{-j\omega t}\, dt$$
$$= e^{-j\omega 0} = 1 \qquad (4)$$

これより、インパルス信号 δ(t) は、すべての周波数成分を均一に有することがわかる。

◇ インパルス応答と周波数特性

インパルス信号 δ(t)をある線形系に入力したときの出力信号（インパルス応答） h(t) と表す。

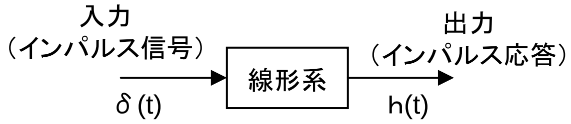


図2. インパルス応答 h(t)

一方、線形系の周波数特性は、出力信号のスペクトルと入力信号のスペクトルの比と定義される。

$$\text{周波数特性} = \frac{\text{出力信号スペクトル}}{\text{入力信号スペクトル}} \qquad (5)$$

出力信号 h(t) のスペクトル（フーリエ変換）を H(ω) と表し、また、入力信号 δ(t) のスペクトル Δ(ω) は、式(4) の関係より、1なので、

$$\text{周波数特性} = \frac{H(\omega)}{\Delta(\omega)} = H(\omega) \qquad (6)$$

となる。すなわち、線形系の周波数特性は、そのインパルス応答 h(t) のフーリエ変換より求められることが示された。

◇ 離散系のインパルス信号

離散系ではインパルス信号 δ(n), (n:離散時間)は、次式で定義される。

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & (n = 0) \\ 0 & (n \neq 0) \end{cases} \qquad (6)$$

この式は、式(1)の近似ではなく、アナログのインパルス信号 δ(t) を帯域制限して標本化した結果として得られる信号である。

[1] A. パポリス著, 大槻喬、ほか訳, 工学のための応用フーリエ積分, オーム社, 1967.

2.1 量子化雑音のパワー

N ビットAD変換の量子化雑音のパワーは、
AD変換器の最大振幅の正弦波を基準にして

$$-6N-2\ [\mathrm{dB}] \qquad (1)$$

一般的な16 ビットAD変換の場合は、−98dB

量子化とは、アナログ信号を標本化して得られた実数値（右図の黒丸）を、量子化単位Δを単位とした整数（右図の白丸）で表す操作である。その整数化の操作の際には四捨五入を行う（右図の赤矢印）ので、切捨て、切り上げの分が誤差となる。
この誤差を量子化誤差と呼び、これを信号と見たとき、これを量子化雑音と呼ぶ。

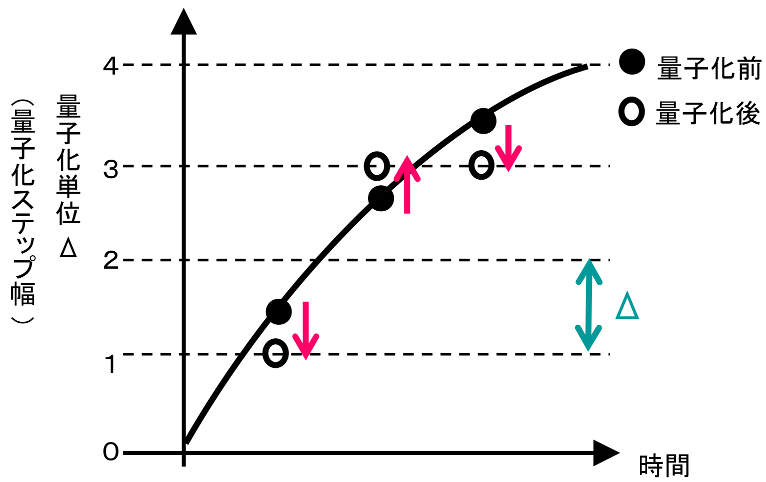


図1 量子化

一般的な信号に対する量子化誤差はランダムな雑音で（図2）、その振幅は −Δ/2 〜 Δ/2の間で一様分布する(図3）。

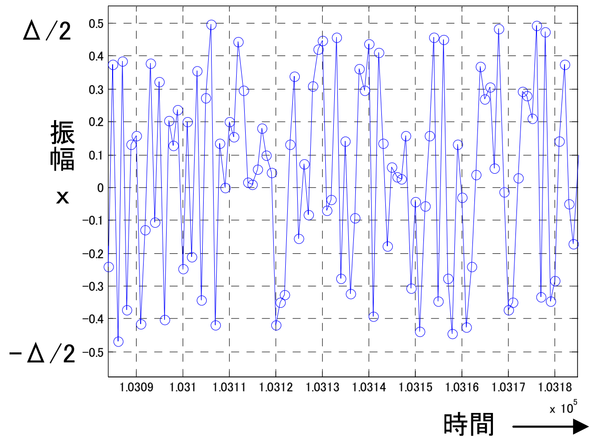


図2 量子化雑音の例

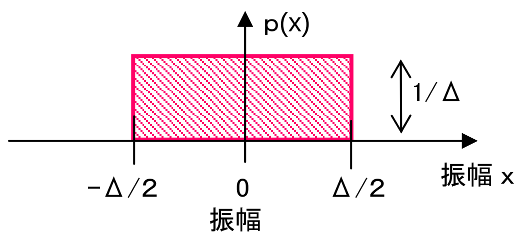


図3 量子化雑音の振幅分布
（振幅の確率密度関数 p(x)）

この量子化雑音のパワーは $\Delta^2/12$である。

（証明）
この雑音の平均値はゼロ、パワーは振幅の確率的分散と等しくなる。雑音振幅を x と表すと、確率密度 p(x) は −Δ/2〜Δ/2 の間で 一定値、1/Δとなる。このとき分散は、

$$\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 \cdot p(x)\,dx = \frac{1}{\Delta}\int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2\,dx$$

$$= \frac{1}{\Delta}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-\Delta/2}^{\Delta/2} = \frac{1}{3\Delta}\,2\cdot\left(\frac{\Delta}{2}\right)^3 = \frac{\Delta^2}{12}$$

証明終わり

さて、NビットのAD変換器でディジタル化した信号の最大値・最小値が±1である場合、−1〜1までの範囲を 2^N 等分することになるので、量子化単位は、$\Delta = 2/2^N = 2^{-(N-1)}$ となる。よって、AD変換器の最大振幅（＝1）の正弦波のパワー（＝1/2）を基準としたときの量子化雑音のパワー は、

$$10\cdot\log_{10}\left\{\left(\Delta^2/12\right)/\left(1/2\right)\right\} = 10\cdot\log_{10}\left(\left(2^{-(N-1)}\right)^2/6\right)$$

$$= 10\cdot\log_{10}\left(2^{-2N}\cdot 4/6\right) = -6.02N - 1.76\ \mathrm{dB} \approx -6N - 2\ \mathrm{dB}$$

N=16 の場合、約−98.1dB

2.2 量子化雑音の周波数スペクトル （ 1/2: 一様雑音の場合）

N ビットAD変換の量子化雑音のスペクトルは、一般には白色となり、その平均的な大きさは、AD変換器の最大振幅の正弦波を基準にして

$$-6N+3-10*\log_{10}(nwind) \quad [\mathrm{dB}] \qquad (1)$$

ただしスペクトルは、長さ nwind のハニング窓を用いて求めたものとする。

◇ スペクトルの最大値は実験的に、
おおよそ 平均値＋10dB

◇ 例えば、図1は、
16ビットのAD変換器でADしたときの周波数スペクトルで、分析窓長 nwind が 2^{16} のときの結果である。青が正弦波、赤が量子化雑音のスペクトルである。雑音スペクトルの平均値は、式(1)に、N=16, nmwind= 2^{16} を代入した値 -141 dBとなっている。このとき、雑音スペクトルの最大値は、平均値より、10dB程度大きな値となっている。図2に、雑音の周波数分の大きさのヒストグラムを示す。
雑音スペクトルの多くは-140, -145dB 程度の値を持ち、最大値は、130dB程度になっている。

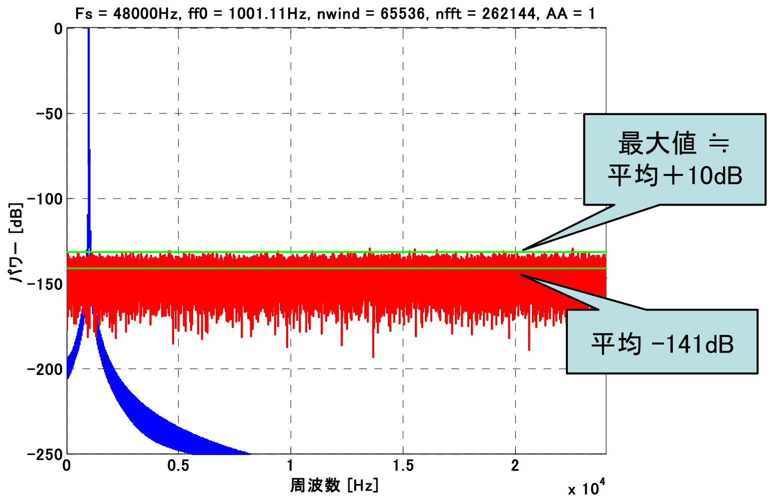


図1 周波数スペクトルの例
（青：最大振幅の正弦波、赤：量子化雑音）
（サンプリング周波数 = 48kHz, 正弦波の周波数 = 1001.11Hz,
窓長 nwind = 2^{16}, DFT長 =2^{20} ）

◇ 任意の窓関数 w(n) に対して、式(1)は

$$-6N-2-10*\log_{10}\left(\frac{2\cdot\sum_{n=0}^{nwind-1}w^2(n)}{\left(\sum_{n=0}^{nwind-1}w(n)\right)^2}\right) \quad [\mathrm{dB}] \quad (2)$$

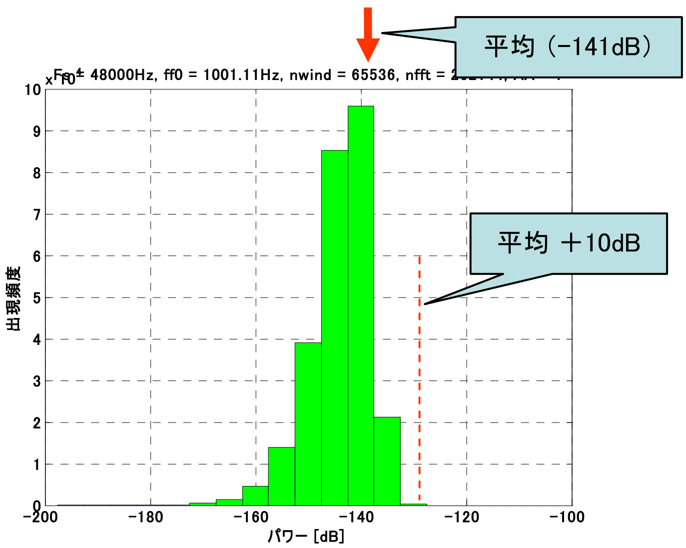


図2 図1の量子化雑音の各周波数成分の大きさ
（パワー）のヒストグラム

◇式(2)、式(1) の導出
3.2項 式(4) を利用する。3.2項のスペクトル正規化式(1) は、正弦波の時間領域のパワーと周波数パワースペクトルのピーク値 を一致させる。よって、最大振幅正弦波の時間領域のパワーを P_s、周波数パワースペクトルのピーク値 P_S とすると、$P_S = P_s$ 。次に、この正規化を用いた場合の雑音パワースペクトルの周波数平均の期待値を P_{N0} と表す。$P_S = P_s$ の関係と、3.2項 式(4)より、

$$\frac{P_{N0}}{P_S}=\frac{2\cdot\sum_{n=0}^{nwind-1}w^2(n)}{\left(\sum_{n=0}^{nwind-1}w(n)\right)^2}\cdot\frac{P_n}{P_s} \qquad (3)$$

左辺は、最大振幅正弦波のパワースペクトル最大値で正規化した雑音パワースペクトルの平均値である。右辺 P_n/P_s は、2.1項 式(1)で表されることより、式(2) を得る。なお、式(3)の左辺において、スペクトルの正規化項は分子分母に共通に含まれるので、正規化方法には依存しない値となっている。
本項式(1) は、式(2)に、3.2項式(5) の関係を代入して得られる。

2.2 量子化雑音の周波数スペクトル （ 2/2: 周期性を持つ場合）

ADする周期信号の基本周波数 f が

$$f = \frac{n}{m} \cdot F_s \qquad (1)$$

n, m: 整数、Fs: 標本化周波数
と表される場合、その量子化雑音は、Fs/m を基本周波数とする周期性雑音となる。

・ 式(1) の n/m は約分されているものとする

◇ 一般には、周期信号が式(1)を満たす場合は少ないと思われるが、人為的な周波数設定の場合には、区切りの良い設定、例えば、Fs＝48kHz、f＝1kHz などと定める場合は良く見られる。そのような条件で、特に低レベルの正弦波信号を分析する場合には、周期性量子化雑音の存在に注意を払う必要がある。

・正弦波をADする場合、周期性量子化雑音のスペクトルは非線形歪のように、正弦波の周波数の倍周波数や約数周波数の成分を持つ（図1、図2）。各周波数成分の大きさは、正弦波の周波数や振幅に依存する。

・（時間領域で求めた）周期性量子化雑音のパワー P_n は、一様雑音の場合とほぼ等しい。
（ADが16ビットの場合、最大振幅正弦波と比べ
P_n ≒ −98dB）

・ しかし、周期性量子化雑音のスペクトルは離散的なので、個々の周波数成分の大きさは一様雑音と比べて大きくなる（図1の例では、11kHz成分が最大で、最大振幅正弦波のピークと比べ −103dB）。また、その大きさは一様雑音の場合（2.2項1/2式(1) ）と違って、窓長 nwind には依存しない。

・式(1)の条件を言い換えると、信号の基本周期 1/f と標本化周期 1/Fs とが公倍数を持つ場合、

$$n/f = m/Fs$$

に相当する。

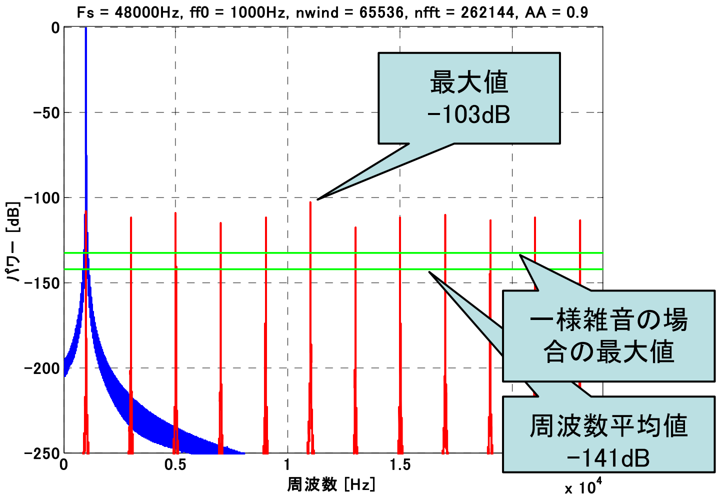


図1 周期性を持った量子化雑音の周波数スペクトルの例
（青：最大振幅の正弦波、赤：量子化雑音）
（正弦波の周波数 f＝ 1000Hz、AD変換器ビット数 N＝16
サンプリング周波数Fs = 48kHz、窓長 nwind = 2^{16}、
正弦波の振幅＝0.9、縦軸は最大振幅正弦波で正規化）
f ＝ (1/48) Fs
→ 量子化雑音の基本周波数 ＝ Fs/48 ＝ 1000Hz

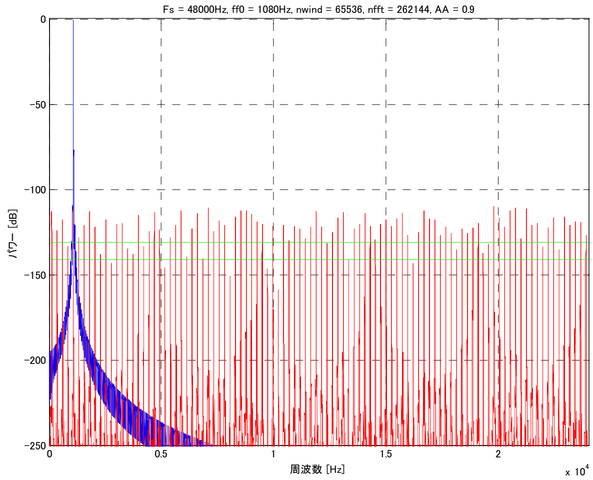


図2 周期性を持った量子化雑音の周波数スペクトルの例
（青：最大振幅の正弦波、赤：量子化雑音）
（正弦波の周波数 f＝ 1080Hz、AD変換器ビット数 N＝16
サンプリング周波数Fs = 48kHz、窓長 nwind = 2^{16}、
正弦波の振幅＝0.9、縦軸は最大振幅正弦波で正規化）
f ＝ (9/400) Fs
→ 量子化雑音の基本周波数 ＝ Fs/400 ＝ 120Hz

3.1 一般的な周波数パワースペクトルの求め方

① 信号 s(n) を 窓長 nwind で切り出し（図1）、窓関数 w(n) （図2）を乗算する （図3）。

② ①の結果に、長さ nwind （または、それ以上）の 0 を付加する（注1）（図4）。

③ DFT（FFT）を計算する。

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot e^{-j2\pi kn/N} \qquad (1)$$

ただし、n：離散時間、k：離散周波数、X(k)：周波数スペクトル、N：DFT 点数、である。

④ 必要に応じてスペクトルの正規化を行う。例えば、得られた周波数スペクトル X(k) を

$$\frac{\sqrt{2}}{\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)} X(k)$$

と正規化すれば、振幅が±1（＝パワー（波形の2乗平均値）が0.5）の正弦波のスペクトルピーク値が −3dB と表示される（図5）。
（→ 3.2 周波数スペクトル表示の正規化）

（注1） パワースペクトルを求める時は、スペクトルを2乗するので、情報の損失を防ぐために nwind と同長の 0 を付加する必要がある（振幅スペクトルを求める場合も同様である）。 さらに、視覚的に誤解を生じないスペクトル表示を得るためには、（メモリー・計算時間などに余裕があれば）より多くのゼロ（例えば、3倍、7倍） を付加することが望ましい。

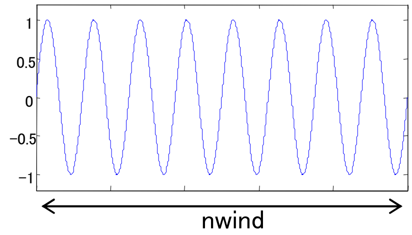


図1 信号 s(n)

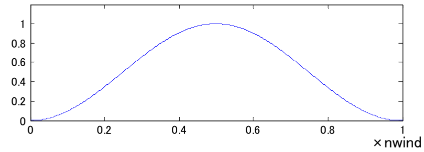


図2 時間窓の例 ：ハニング窓 w(n)

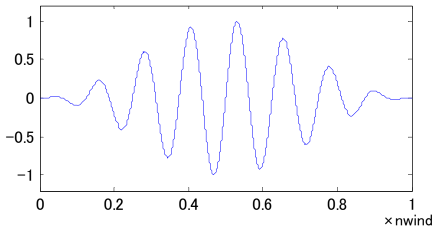


図3 窓関数を乗じた正弦波 s(n)･w(n)

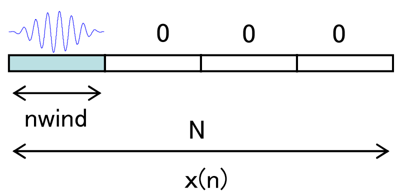


図4 3倍の長さのゼロの付加をした信号 x(n)

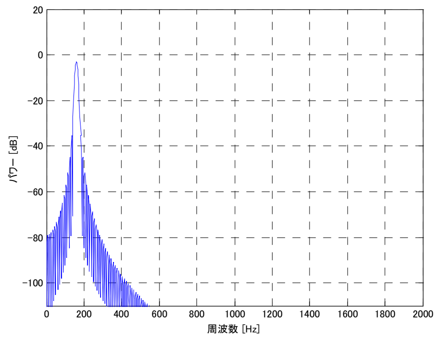


図5 正規化した正弦波の周波数スペクトル （振幅±1の正弦波のピーク値が −3 dBと表示される）

3.2 周波数スペクトル表示の正規化について（ 1/3 ）

信号のDFT（離散フーリエ変換、FFT とも言う）の計算結果は、窓長（利用するデータ数）や窓関数の形によって大きさが異なる。したがって、周波数スペクトル表示において、縦軸に意味を持たせたい場合には正規化が必要である。

① 正弦波（離散スペクトル）に注目した正規化

DFTスペクトルX(k)に対し

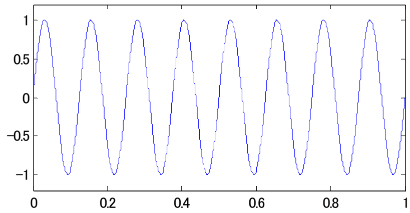
$$\frac{\sqrt{2}}{\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)} X(k) \qquad (1)$$

と正規化。

n： 離散時間
k： 離散周波数
w(n)： 窓関数
nwind： 窓長

⇒ パワーが1の正弦波のスペクトルピーク値が 0dB と表示。

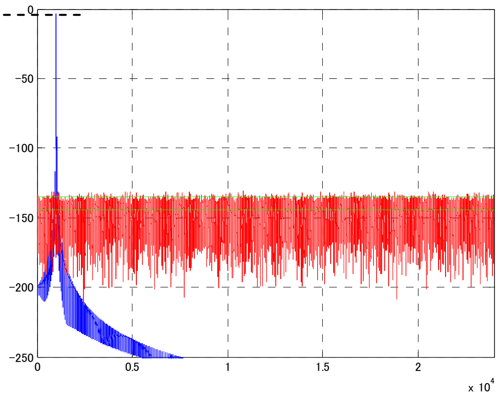
振幅が±1の正弦波 x(n)
（ パワー（2乗平均値）は 1/2）



窓をかけ、ゼロをつめて
DFT （ → 3.1 一般的な･･･）

−3 dB

P_{N0}



（注1）ゼロづめによる補間（→3.1）が不十分な場合は、
0 dB を少し下回る場合がある

⇒ 振幅が±1の正弦波 x(n) （パワーは 1/2）の
スペクトルピーク値は −3 dB と表示される。

・例えば、ハニング窓の場合、

Σ w(n)＝（1/2） ･nwind （2）

であるので、正規化式は、

$$\frac{2\sqrt{2}}{nwind} X(k) \qquad (3)$$

・この正規化式を用いた場合、雑音などの連続スペクトル成分は窓長に逆比例して低下する。時間領域での雑音のパワーが P_n のとき、スペクトル表示に現れる雑音パワーの周波数平均の期待値 P_{N0} は

$$P_{N0} = \frac{2 \cdot \sum_{n=0}^{nwind-1} w^2(n)}{\left(\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\right)^2} \cdot P_n \qquad (4)$$

となる。ハニング窓の場合、

Σ w(n)＝(1/2) nwind 、 Σ w^2(n)＝(3/8) nwind （5）

であるので、

$$P_{N0} = \frac{3}{nwind} \cdot P_n \qquad (6)$$

② 連続スペクトルを持つ定常信号（または雑音）に注目した正規化

DFTスペクトルX(k)に対し

$$\frac{1}{\sqrt{\sum_{n=0}^{nwind-1} w^2(n)}} X(k) \qquad (7)$$

と正規化。

⇒ パワーが1の連続スペクトル信号（または雑音）のパワースペクトルの周波数平均が0dB となるように表示される。

DFT で計算されたパワースペクトルにおいて、周期信号成分（離散スペクトル）は (nwind)^2 に比例し、定常な連続スペクトル信号成分（定常ランダム雑音を含む）は nwind に比例し、インパルス応答などの有限時間信号は nwind に依存しない。①②の正規化は、この性質を反映している。（各 Σ 項は nwind に比例）

3.2 周波数スペクトル表示の正規化について（ 2/3: 結果の導出）

◇ 式(1)の正規化定数の導出

振幅1の正弦波

$$\sin(2\pi Kn/N) \qquad (8)$$

を考える。ただし、K, N は整数とする（NサンプルでK周期を持つ正弦波）

このとき、長さ nwind の窓 w(n) で切り出した信号 x(n) は、

$$x(n) = w(n)\cdot\sin(2\pi Kn/N) \qquad (9)$$

と表される。

この、長さが nwind の信号 x(n) にゼロを付加して長さ N の信号としたものを改めて x(n) とおく。そして x(n) に N点DFTを行う。

DFT の定義 および 式(9) より、離散周波数 K の振幅スペクトル ｜X(K)｜（この正弦波スペクトルのピーク値）は、

$$\begin{aligned}
\left|X(K)\right| &= \left|\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\cdot e^{-j2\pi Kn/N}\right| \\
&= \left|\sum_{n=0}^{nwind-1}\left\{w(n)\cdot\sin(2\pi Kn/N)\right\}\cdot e^{-j2\pi Kn/N}\right| \\
&= \left|\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\cdot\frac{1}{j2}\cdot\left(e^{j2\pi Kn/N} - e^{-j2\pi Kn/N}\right)\cdot e^{-j2\pi Kn/N}\right| \\
&= \left|\frac{1}{j2}\cdot\left(\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\left(1-\sum_{n=0}^{nwind-1} e^{-j4\pi Kn/N}\right)\right)\right| \\
&= \frac{1}{2}\cdot\left|\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n) - \sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\cdot e^{-j4\pi Kn/N}\right| \\
&\approx \frac{1}{2}\left|\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\right| = \frac{1}{2}\left(\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\right) \qquad (10)
\end{aligned}$$

となる。ただし、第2の等式は、x(n) の nwind 点以降は0であることを反映し、また、第6の近似関係は、K=0、K=N/2を除いて、

$$\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)\cdot e^{-j4\pi Kn/N} \approx 0 \qquad (11)$$

であることを利用している。そして、第7の等式は、

w(n)＞0

による。

これより、スペクトルを

$$\frac{\sqrt{2}}{\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)} X(k) \qquad (12)$$

と正規化をすれば、式(10)より、

$$\left|\frac{\sqrt{2}}{\sum_{n=0}^{nwind-1} w(n)} X(K)\right|^2 = \frac{1}{2} \qquad (13)$$

となる。すなわち、振幅が1の正弦波のスペクトルピーク値は −3 dB（1/2）となる。

3.2周波数スペクトルの大きさの正規化について（ 3/3: 結果の導出）

◇ 式(4)の雑音スペクトル成分の導出

信号に含まれる雑音成分は定常確率信号（時間 n によって統計量は変わらない信号）であると仮定して、n(n) と表す。そして、そのパワー（2乗期待値）をP_n と表す。

$$P_n = E\left\{n^2(n)\right\} \qquad (14)$$

また、信号 x(n) の2乗和と そのDFT X(k) の2乗和との間に、次式の関係が知られている（注1）。

$$\sum_{k=0}^{N-1}\left|X(k)\right|^2 = N\cdot\sum_{n=0}^{N-1}\left|x(n)\right|^2 \qquad (15)$$

ここで、長さが nwindの時間窓 w(n) を用いて信号を切り出し、ゼロを付加して N点でDFT したと考える。そのときの雑音成分のスペクトル $X_n(k)$ は、

$$X_n(k) = \sum_{n=0}^{nwind-1}\left\{w(n)\cdot n(n)\right\}\cdot e^{-j2\pi kn/N} \qquad (16)$$

式(15)より、その2乗和は、

$$\sum_{k=0}^{N-1}\left|X_n(k)\right|^2 = N\cdot\sum_{n=0}^{nwind-1}\left|w(n)\cdot n(n)\right|^2 \qquad (17)$$

と表される。ここで、簡単のため

$$S_w = \sum_{n=0}^{nwind-1}w(n) \qquad S_{w2} = \sum_{n=0}^{nwind-1}w^2(n) \qquad (18)$$

と表すことにし、$X_n(k)$ を式(1) で正規化したときのパワースペクトル（振幅スペクトルの二乗）の周波数平均の期待値を P_{N0} と表すと

$$P_{N0} = E\left\{\frac{1}{N}\cdot\sum_{k=0}^{N-1}\left|\frac{\sqrt{2}}{S_w}\cdot X_n(k)\right|^2\right\}$$

$$= \frac{1}{N}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{S_w}\right)^2\cdot E\left\{\sum_{k=0}^{N-1}\left|X_n(k)\right|^2\right\} \qquad (19)$$

式(17)を代入すると

$$P_{N0} = \frac{1}{N}\cdot\frac{2}{S_w^2}\cdot E\left\{N\cdot\sum_{n=0}^{nwind-1}\left|w(n)\cdot n(n)\right|^2\right\}$$

$$= \frac{2}{S_w^2}\cdot\sum_{n=0}^{nwind-1}w^2(n)\cdot E\left\{n^2(n)\right\}$$

$$= \frac{2}{S_w^2}\cdot P_n\sum_{n=0}^{nwind-1}w^2(n)$$

$$= \frac{2}{S_w^2}\cdot P_n\cdot S_{w2}$$

$$= \frac{2\cdot S_{w2}}{S_w^2}\cdot P_n \qquad (20)$$

このように、 スペクトル表示上の雑音レベルは窓長 nwind に逆比例することがわかる。一般的なフーリエ積分では、雑音の大きさは窓長に依存しないのに対し、正弦波のスペクトルは窓長が長くなるにつれて値が大きくなってδ関数に近づいていく。ここでは、正弦波のスペクトルの大きさが窓長によって変化しないように式(1)の正規化を行ったので、窓長に逆比例して雑音レベルが低下する。

◇ 式(7) の導出

式(19)において、式(1)の正規化を行わないと、$\sqrt{2}/S_w$ の項がなくなり、式(20) は、$P_{N0}=S_{w2}\cdot P_n$ となる。

$P_{N0}= P_n$ とするためには、$X_n(k)$ を $\sqrt{S_{w2}}$ で除すればよい。（ $P_{N0} \rightarrow P_{N0}/ S_{w2}$ となるので ）

（注1）

式(15)は、パーセヴァル（ Parseval ）の関係[1, p.126] と呼ばれており、一般的なDFTの定義 [1, p.102]

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot e^{-j2\pi kn/N} \qquad (21)$$

に対応している。

DFT の定義としては、このほかに次式の定義

$$X(k) = \frac{1}{\sqrt{N}}\cdot\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot e^{-j2\pi kn/N} \qquad (22)$$

が知られている[2] が、この場合には、式(14)は、

$$\sum_{k=0}^{N-1}\left|X(k)\right|^2 = \sum_{n=0}^{N-1}\left|x(n)\right|^2 \qquad (23)$$

となり、時間領域のエネルギーと周波数領域のエネルギーは等しくなる。利用する DFT のプログラムがどちらの定義に基づいているかを判断するには、x(n) ＝ 1 を DFT した X(0) の値が DFT 点数 Nであれば、式(20)のDFTだと確認できる。

[1] A. オッペンハイム他著, 伊達玄訳, ディジタル信号処理(上), オーム社, 1977.
[2] 城戸健一, ディジタルフーリエ解析(I), p.95,コロナ社, 2007.

東京電機大学 音響信号処理研究室 08/08/20
V 1.0

修正・変更履歴

08/6/30
- ・ インパルス信号（V 1.1）： 表現の修正
- ・ 量子化雑音のパワー（V 1.1）： 表現の修正

08/8/20
- ・ 1.1 V1.2「インパルス応答と周波数特性」の項
  表現の改訂
- ・ 2.1 V1.2 図の説明追加、など
- ・ 次の３項を追加
  「2.2 量子化雑音の周波数スペクトル」
  「3.1 一般的な周波数パワースペクトルの求め方」
  「3.2 周波数スペクトル表示の正規化について」

用語

信号の「パワー」: 信号の「2乗平均値」